Beweise folgende Aussagen:

1. $\mathbf{1+3+5+\ldots+(2n-1)=n^2}$
2. $\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\ldots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{n}{2n+1}$
3. $a+(a+d)+(a+2d)+\ldots+[a+(n-1)d]=\frac{1}{2}n[2a+(n-1)d]$
4. $\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}+\frac{1}{2\cdot 3\cdot 4}+\frac{1}{3\cdot 4\cdot 5}+\ldots+\frac{1}{n(n+1)(n+2)}=\frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$
5. $a+ar+ar^2+\ldots+ar^{n-1}=a\frac{(r^n-1)}{r-1}$ $\qquad r\neq 1$
6. $1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\frac{1}{4}n^2(n+1)^2$
7. $1(5)+2(5)^2+3(5)^3+\ldots+n(5)^n=\frac{5+(4n-1)5^{n+1}}{16}$
8. $(\cos\phi+i\sin\phi)^n=\cos(n\phi)+i\sin(n\phi)$
9. $\frac{1}{2}+\cos(x)+\cos(2x)+\ldots+\cos(nx)=\frac{\sin(n+\frac{1}{2})x}{2\sin(\frac{1}{2}x)}$ $\quad x\neq 0,\ \pm 2\pi,\ \pm 4\pi,\ \ldots$
10. $\sin(x)+\sin(2x)+\ldots+\sin(nx)=\frac{\cos(\frac{1}{2}x)-\cos[(n+\frac{1}{2})x]}{2\sin(\frac{1}{2}x)}$ $\quad x\neq 0,\ \pm 2\pi,\ \ldots$
11. $(a+b)^n=\sum_{k=0}^{n}\frac{n!}{k!(n-k)!}a^kb^{n-k}$
12. $x^{2n-1}+y^{2n-1}$ ist teilbar durch $x+y$ für $n=1,\ 2,\ 3,\ \ldots$
13. x^n-y^n ist teilbar durch $x-y$
14. Bernoulli Ungleichung: $(1+x)^n>1+nx$ für$n=2,\ 3,\ \ldots$falls$x>-1$ $x\neq 0$
15. $1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$